

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

# Mathématiques

## Niveau moyen

### Épreuve 1

Mardi 3 novembre 2020 (après-midi)

Numéro de session du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1 heure 30 minutes

#### Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques NM** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[90 points]**.



Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

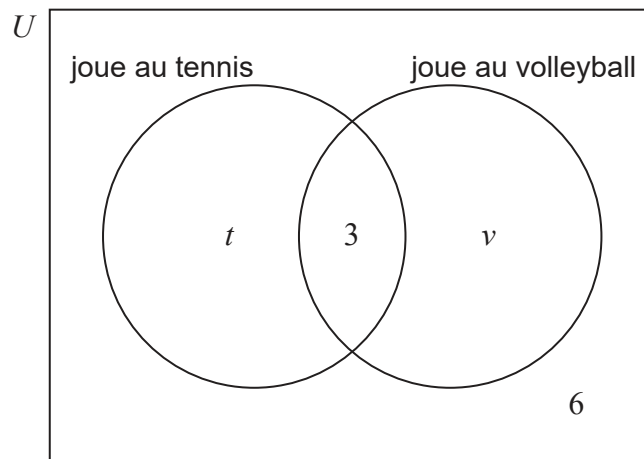
### Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 6]

Dans une classe de 30 élèves, 19 jouent au tennis, 3 jouent au tennis et au volleyball, et 6 ne pratiquent aucun des deux sports.

Le diagramme de Venn suivant montre les événements « joue au tennis » et « joue au volleyball ». Les valeurs  $t$  et  $v$  représentent des nombres d'élèves.



- (a) (i) Trouvez la valeur de  $t$ .
- (ii) Trouvez la valeur de  $v$ . [4]
- (b) Trouvez la probabilité qu'un élève choisi au hasard dans cette classe joue au tennis ou au volleyball, mais pas aux deux sports. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 1)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



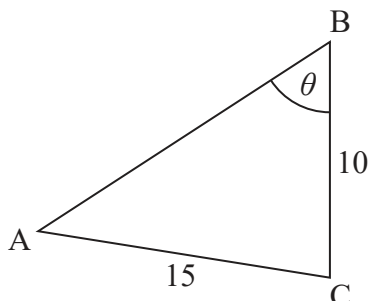
16EP03

Tournez la page

2. [Note maximale : 6]

Le diagramme suivant montre un triangle ABC.

la figure n'est pas à l'échelle



$AC = 15 \text{ cm}$ ,  $BC = 10 \text{ cm}$  et  $\widehat{ABC} = \theta$ .

Soit  $\sin \widehat{CAB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

(a) Étant donné que  $\widehat{ABC}$  est aigu, trouvez  $\sin \theta$ . [3]

(b) Trouvez  $\cos(2 \times \widehat{CAB})$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

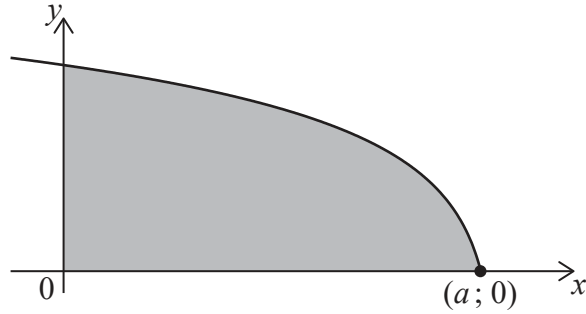
.....



3. [Note maximale : 7]

Soit  $f(x) = \sqrt{12 - 2x}$ ,  $x \leq a$ . Le diagramme suivant montre une partie de la représentation graphique de  $f$ .

La région grisée est délimitée par la représentation graphique de  $f$ , l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.



La représentation graphique de  $f$  coupe l'axe des abscisses au point  $(a; 0)$ .

(a) Trouvez la valeur de  $a$ . [2]

(b) Trouvez le volume du solide obtenu lorsque la région grisée subit une rotation de  $360^\circ$  autour de l'axe des abscisses. [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP05

Tournez la page

4. [Note maximale : 6]

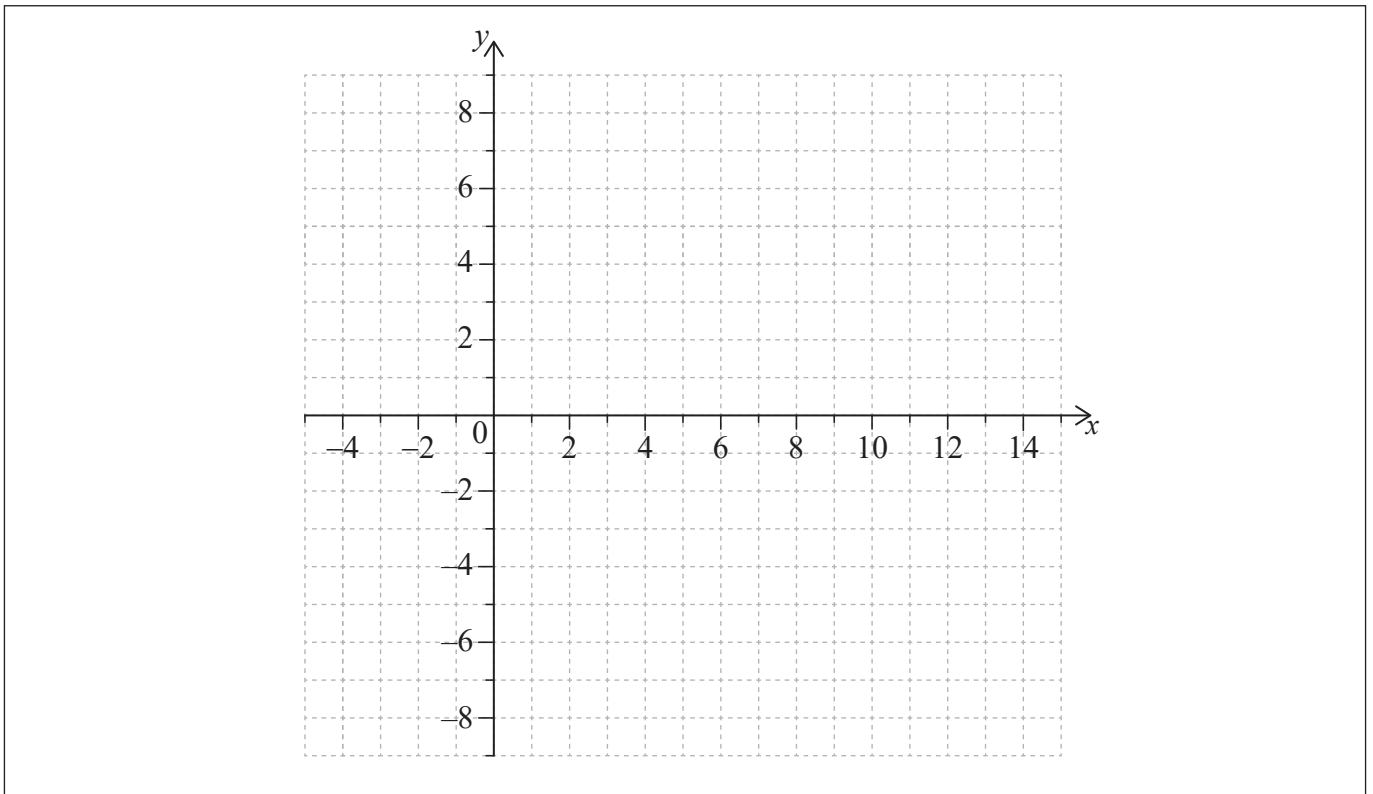
Soit  $f(x) = a \log_3(x - 4)$ , pour  $x > 4$ , où  $a > 0$ .

Le point  $A(13; 7)$  se trouve sur la représentation graphique de  $f$ .

(a) Trouvez la valeur de  $a$ . [3]

L'abscisse à l'origine de la représentation graphique de  $f$  est  $(5; 0)$ .

(b) Sur le repère suivant, esquissez la représentation graphique de  $f$ . [3]



(Suite de la question à la page suivante)



(Suite de la question 4)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP07

Tournez la page



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.  
Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



16EP08

5. [Note maximale : 6]

Soit  $f(x) = -x^2 + 4x + 5$  et  $g(x) = -f(x) + k$ .

Trouvez les valeurs de  $k$  de sorte que  $g(x) = 0$  n'admet aucune racine réelle.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 7]

La représentation graphique d'une fonction  $f$  passe par le point  $(\ln 4; 20)$ .

Étant donné que  $f'(x) = 6e^{2x}$ , trouvez  $f(x)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP10

7. [Note maximale : 7]

**Dans cette question, toutes les longueurs sont en mètres et le temps est en secondes.**

Considérez deux particules,  $P_1$  et  $P_2$ , qui commencent à bouger au même moment.

La particule  $P_1$  se déplace en ligne droite de sorte que son déplacement à partir d'un point fixe est donné par  $s(t) = 10 - \frac{7}{4}t^2$ , pour  $t \geq 0$ .

(a) Trouvez une expression pour le vecteur vitesse de  $P_1$  au temps  $t$ . [2]

La particule  $P_2$  se déplace également en ligne droite. La position de  $P_2$  est donnée par

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

La vitesse de  $P_1$  est supérieure à la vitesse de  $P_2$  lorsque  $t > q$ .

(b) Trouvez la valeur de  $q$ . [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

### Section B

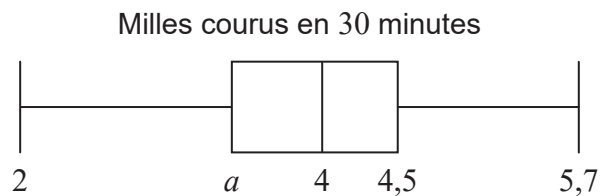
Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

8. [Note maximale : 15]

Chaque athlète faisant partie d'une équipe de course à pied a enregistré la distance ( $M$  milles) qu'il a courue en 30 minutes.

La distance médiane est de 4 milles et l'écart interquartile est de 1,1 mille.

Ces informations sont montrées dans le diagramme en boîte à moustaches suivant.



(a) Trouvez la valeur de  $a$ . [2]

La distance en milles,  $M$ , peut être convertie en une distance en kilomètres,  $K$ , en utilisant la formule  $K = \frac{8}{5} M$ .

(b) Écrivez la valeur de la distance médiane en kilomètres (km). [1]

La variance des distances courues par les athlètes est de  $\frac{16}{9} \text{ km}^2$ .

L'écart type des distances est  $b$  milles.

(c) Trouvez la valeur de  $b$ . [4]

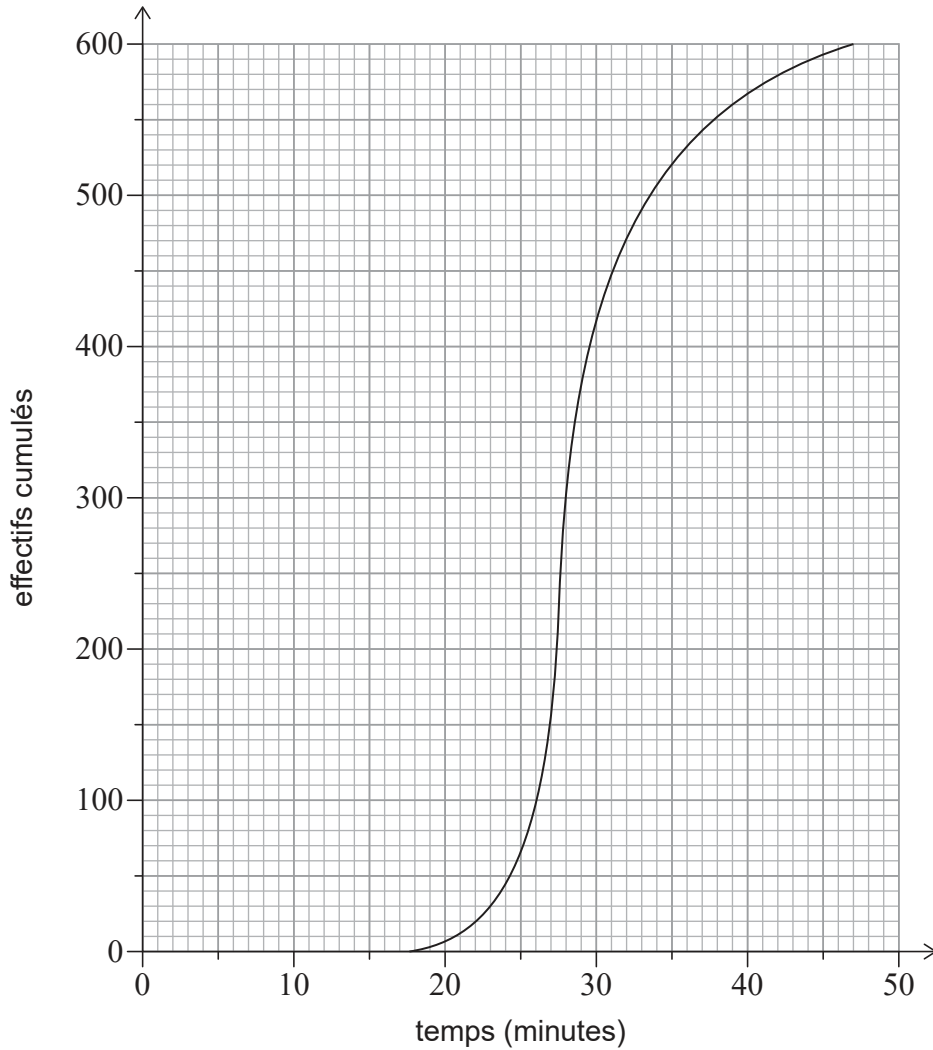
**(Suite de la question à la page suivante)**



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

**(Suite de la question 8)**

Un total de 600 athlètes faisant partie de différentes équipes prennent part à une course de 5 km. Les temps que les 600 athlètes ont pris pour finir la course de 5 km sont montrés dans la courbe des effectifs cumulés suivante.



Il y a eu 400 athlètes qui ont pris entre 22 et  $m$  minutes pour finir la course de 5 km.

(d) Trouvez  $m$ . [3]

Les 150 premiers athlètes ayant fini la course ont remporté un prix.

(e) Étant donné qu'un athlète a pris entre 22 et  $m$  minutes pour finir la course de 5 km, calculez la probabilité qu'il ait remporté un prix. [5]



16EP13

Tournez la page

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

9. [Note maximale : 15]

Les coordonnées des points A et B sont respectivement  $(1; 1; 2)$  et  $(9; m; -6)$ .

(a) Exprimez  $\vec{AB}$  en fonction de  $m$ . [2]

L'équation de la droite  $L$ , qui passe par B, est  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -3 \\ -19 \\ 24 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ .

(b) Trouvez la valeur de  $m$ . [5]

Considérez un vecteur unitaire  $\mathbf{u}$ , tel que  $\mathbf{u} = p\mathbf{i} - \frac{2}{3}\mathbf{j} + \frac{1}{3}\mathbf{k}$ , où  $p > 0$ .

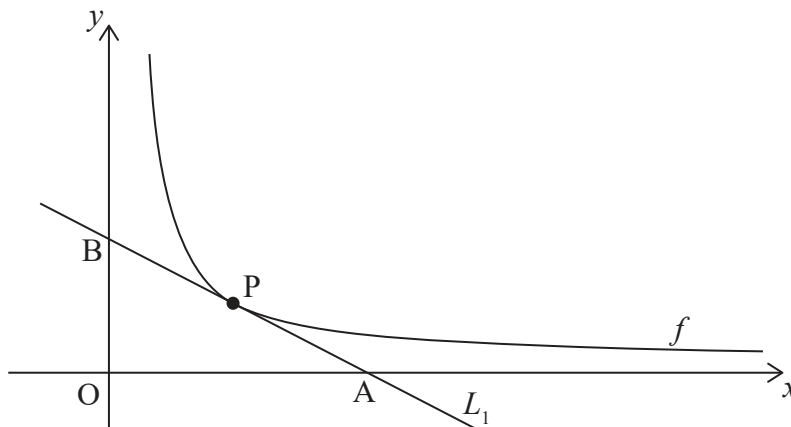
Le point C est tel que  $\vec{BC} = 9\mathbf{u}$ .

(c) Trouvez les coordonnées de C. [8]

10. [Note maximale : 15]

Le diagramme suivant montre une partie de la représentation graphique de  $f(x) = \frac{k}{x}$ , pour  $x > 0$ ,  $k > 0$ .

Soit  $P\left(p, \frac{k}{p}\right)$  un point quelconque sur la représentation graphique de  $f$ . La droite  $L_1$  est la tangente à la représentation graphique de  $f$  en P.



(a) (i) Trouvez  $f'(p)$  en fonction de  $k$  et  $p$ .

(ii) Montrez que l'équation de  $L_1$  est  $kx + p^2y - 2pk = 0$ . [4]

La droite  $L_1$  coupe l'axe des abscisses au point  $A(2p; 0)$  et l'axe des ordonnées au point B.

(b) Trouvez l'aire du triangle AOB en fonction de  $k$ . [5]

(Suite de la question à la page suivante)



16EP14

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

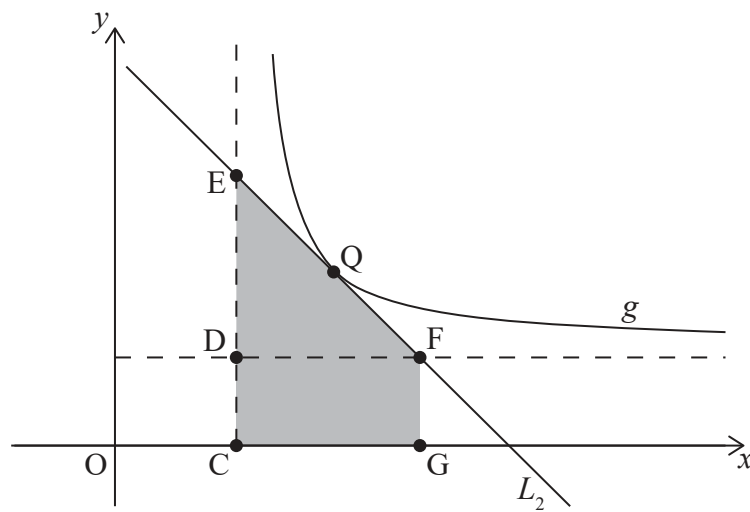
**(Suite de la question 10)**

La représentation graphique de  $f$  subit une translation de  $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$  pour donner la représentation graphique de  $g$ .

Dans le diagramme suivant :

- le point  $Q$  se situe sur la représentation graphique de  $g$  ;
- les points  $C, D$  et  $E$  se situent sur l'asymptote verticale de  $g$  ;
- les points  $D$  et  $F$  se situent sur l'asymptote horizontale de  $g$  ;
- le point  $G$  se situe sur l'axe des abscisses tel que  $FG$  est parallèle à  $DC$ .

La droite  $L_2$  est la tangente à la représentation graphique de  $g$  en  $Q$ , et passe par  $E$  et  $F$ .



(c) Étant donné que le triangle  $EDF$  et le rectangle  $CDFG$  ont des aires égales, trouvez la pente de  $L_2$  en fonction de  $p$ .

[6]





Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page  
ne seront pas corrigées.



16EP16